

Волгоград, 2026

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математические знания, представления о роли математики в современном мире стали необходимыми компонентами общей культуры. Дополнительные занятия в рамках курса по выбору углубляют и расширяют знания учащихся по основному курсу, предоставляют возможность учащимся приобретать умения решать более трудные и разнообразные задачи. Математика является профилирующим предметом на вступительных экзаменах в вузы по широкому спектру специальностей.

Предметом данного курса является достаточно сложный раздел школьной программы – геометрия. Несмотря на цели и задачи, сформулированные в учебных программах по математике и геометрии 5-9 классов, согласно которым у учеников на протяжении пяти лет должны быть сформированы пространственное мышление и воображение, умение выделять плоскостные объекты в составе пространственных объектов, на практике дело обстоит иначе. Анализ современных учебников геометрии показывает, что школьный курс стереометрии страдает в своей практической части недостаточной преемственностью курса планиметрии, слабой взаимосвязью с другими учебными предметами и не является в полной мере составной частью базы знаний, необходимых учащимся для продолжения образования в высших учебных заведениях. Имеет место уменьшение практической направленности курса, т.е. снижение умений решать задачи.

Как показывает практика, геометрические задачи вызывают наибольшие затруднения у учащихся при сдаче экзамена по математике. Задачи – неотъемлемая составная часть курса геометрии, в частности стереометрии. Они являются не только основной формой закрепления теоретического материала, изученного учащимися в школе и дома, решение задач способствует сознательности обучения, установлению взаимосвязи с другими дисциплинами, развитию пространственных представлений учащихся, подготовке их к практической деятельности.

Знакомство учащихся с методами решения геометрических задач стимулирует анализ учащимися своей деятельности по решению задач, выделению в них общих подходов и методов, их теоретическое осмысление и обоснование, решение задач несколькими способами. Особое внимание уделяется аналитическому способу решения задач, доводится до понимания учащихся, что анализ условия задачи, анализ решения задачи, анализ полученного результата – важные этапы её решения.

Данный курс рассчитан на 34 часа, представлен в виде практикума, который позволит, расширить и систематизировать знания учащихся в использовании методов решения стереометрических задач. Обучающиеся должны научиться решать задачи более высокой по сравнению с обязательным уровнем сложности. Курс дает возможность обучающимся расширить свои знания о способах нахождения основных измерений в пространстве (измерении расстояний и углов) на моделях куба, призмы и пирамиды.

Программа курса предусматривает изучение двух блоков: «Расстояния в пространстве» и «Метод сечений» для решения задач различного уровня сложности. Нахождение расстояний в пространстве является той важнейшей частью стереометрии, на которой основываются все метрические вопросы пространственной геометрии, в том числе – нахождение углов, площадей и объемов. Программа данного учебного курса ориентирована на приобретение определенного опыта решения стереометрических задач.

Цели курса:

- Расширение и углубление знаний учащихся о методах и приемах решения стереометрических задач;
- Развитие интереса к предмету и возможности овладения им с точки зрения дальнейшей перспективы применения полученных знаний в своей будущей профессии.

Задачи курса:

- Развитие пространственных представлений и воображения учащихся;
- Систематизация теоретических знаний учащихся по стереометрии;

Формирование графической культуры учащихся при построении моделей многогранников

Исходя из задач курса «Практикум по решению стереометрических задач», программа предусматривает формирование следующих умений и навыков:

- ✓ изображать на рисунках и чертежах пространственные геометрические фигуры и их комбинации, задаваемые условиями задач; выделять изученные фигуры на моделях и чертежах;
- ✓ вычислять значения геометрических величин (угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, расстояние между двумя прямыми), используя изученные теоремы и формулы, а также аппарат алгебры, анализа и тригонометрии;
- ✓ применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований) к решению геометрических задач;
- ✓ использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- ✓ проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- ✓ использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

исследования (моделирования) практических ситуаций; для вычисления объёмов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Обобщение курса планиметрии- 4 часа

Решение опорных задач планиметрии. Многоугольники. Основные свойства медиан, биссектрис, высот в равнобедренном, равностороннем, прямоугольном треугольнике. Формулы площадей многоугольников. Вписанные и описанные многоугольники и окружности. Теоремы о касательной к окружности, о четырёхугольниках и окружностях.

Декартовы координаты в пространстве. Координаты точек и векторов. Длина вектора. Формулы: расстояния между точками, заданными своими координатами; координаты середины отрезка; косинус угла между двумя векторами; координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении.

Расстояния в пространстве - 13 часов

Расстояние между двумя точками

Длина отрезка и расстояние между точками, связанными с различными пространственными фигурами. Предлагаемые задачи носят вспомогательный характер и будут использоваться при решении задач следующих разделов.

Расстояние от точки до прямой

Перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной. Прямоугольный треугольник. Высота треугольника. Прямоугольная система координат. Поэтапно-вычислительный метод. Координатный метод нахождения расстояния от точки до прямой

Расстояние от точки до плоскости

Перпендикуляр от точки до плоскости. Длина перпендикуляра. Проекция наклонной на плоскость. Формула для нахождения расстояния от точки до плоскости. Координатный метод нахождения расстояния от точки до плоскости

Расстояние между двумя прямыми

Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: нахождение длины общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых, т.е. отрезка с концами на этих прямых и перпендикулярного им обеим; нахождение расстояния от одной скрещивающейся прямой до параллельной ей плоскости, проходящей через другую прямую; нахождение расстояния между двумя параллельными плоскостями, проходящими через заданные скрещивающиеся прямые; нахождение расстояния от точки, являющейся проекцией одной из скрещивающихся прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на ту же самую плоскость. Исследование рациональности выбора способа нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми в зависимости от вида многогранников.

Углы в пространстве - 9 часов

Взаимное расположение двух прямых в пространстве

Две параллельные прямые в пространстве. Две пересекающиеся прямые в пространстве. Две скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Исследование взаимного расположения прямых на моделях различных видов призм и пирамид. Решение простейших задач на построение в пространстве (проведение через точку: прямой, параллельной данной; прямой, скрещивающейся с данной).

Угол между двумя прямыми в пространстве

Угол между двумя пересекающимися прямыми в пространстве. Угол между двумя параллельными прямыми в пространстве. Угол между двумя скрещивающимися прямыми в пространстве. Роль теоремы о трех перпендикулярах в нахождении углов между прямыми в пространстве. Нахождение углов между прямыми на моделях призм и пирамид.

Угол между прямой и плоскостью

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью. Методы нахождения угла между наклонной и плоскостью. Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства. Теорема о трех синусах. Теорема о трех косинусах.

Угол между двумя плоскостями

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями. Решение задач на нахождение углов между гранями в призме и пирамиде. Трехгранный угол.

Методы построения сечения многогранников - 2 часа

Определение сечения многогранников. Простейшие задачи на построение сечений параллелепипеда и тетраэдра. Методы решения задач на построение сечений многогранников: Аксиоматический метод (Метод следов. Внутреннего проектирования). Комбинированный метод (Метод параллельных прямых. Метод параллельного переноса секущей плоскости). Метод выносных чертежей (метод разворота плоскостей).

Решение простейших задач на построение сечений параллелепипеда и тетраэдра.

Нахождение площадей сечений многогранников – 4 часа

Площади многоугольников. Признаки подобия треугольников. Нахождение площади сечений в многогранниках (куб, призма, пирамида). Методы нахождения площади сечений в многогранниках: метод разбиения и дополнения; с помощью признаков подобия треугольников; с помощью теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника. Нахождение площади поверхности многогранника. Методы нахождения площади поверхности многогранника: поэтапно-вычислительный, применением теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.

Отношение объемов частей многогранника – 2 часа

Объемы многогранников. Решение задач по всем разделам курса, в которых: построено не более двух сечений; все части многогранника не равновелики; из частей многогранника, хотя бы одна должна быть хорошо известным геометрическим телом.

Практикум по решению задач – 2 часа

Приемы и способы нахождения расстояний между двумя точками; между точкой и прямой; между двумя параллельными прямыми; между прямой и плоскостью; между двумя плоскостями; между скрещивающимися прямыми.

КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ уро ка	Раздел, тема	Колич ество часов	Дата проведен ия по плану	Дата проведен ия по факту
Обобщение курса планиметрии- 4 часа				
1-2	Решение опорных задач планиметрии. Декартовы координаты в пространстве. Нахождение координат точек и длин векторов в пространстве. Вычисление угла между векторами в пространстве	2		
3-4	Многоугольники. Формулы площадей многоугольников. Вписанные и описанные многоугольники и окружности. Теоремы о касательной к окружности, о четырёхугольниках и окружностях	2		
Расстояния в пространстве - 13 часов				
5	Координаты вершин многогранников, расположенных в прямоугольной системе координат:	1		
6	Расстояние от точки до точки. Формула нахождения расстояния между точками. Нахождение длины отрезка и расстояния между точками, связанными с различными пространственными фигурами	1		
7	Расстояние от точки до прямой в пространстве. Вычисление расстояния от точки до прямой геометрическим способом. Поэтапно-вычислительный метод	1		
8	Нахождения расстояния от точки до прямой координатным методом	1		
9	Расстояние от точки до плоскости. Вычисление расстояния от точки до прямой геометрическим способом. Длина высоты пирамиды	1		
10	Нахождение расстояния от точки до плоскости в координатах, связанными с многогранниками	1		
11	Вычисление расстояния от точки до плоскости, находящихся в многогранниках	1		
12	Расстояние между двумя прямыми. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми	1		
13	Методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: нахождение длины общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых	1		
14	Методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: нахождение расстояния от одной скрещивающейся прямой до параллельной ей плоскости, проходящей через другую прямую	1		

15	Методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: нахождение расстояния между двумя параллельными плоскостями, проходящими через заданные скрещивающиеся прямые	1		
16	Методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: нахождение расстояния от точки, являющейся проекцией одной из скрещивающихся прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на ту же самую плоскость	1		
17	Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми в многогранниках. Исследование рациональности выбора способа нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми в зависимости от вида многогранников	1		
Углы в пространстве – 9 часов				
18	Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Две параллельные прямые в пространстве. Две пересекающиеся прямые в пространстве. Две скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Исследование взаимного расположения прямых на моделях различных видов призм и пирамид	1		
19	Угол между двумя прямыми в пространстве Угол между двумя пересекающимися прямыми в пространстве. Угол между двумя параллельными прямыми в пространстве	1		
20	Угол между двумя скрещивающимися прямыми в пространстве. Поэтапно – вычислительный способ нахождения угла между скрещивающимися прямыми (с помощью параллельного переноса).Нахождение угла между скрещивающимися прямыми методом трех косинусов	1		
21	Нахождение угла между скрещивающимися прямыми методом проектирования обеих скрещивающихся прямых на плоскость перпендикулярную одной из них и методом проектирования отрезка одной из скрещивающихся прямых на другую	1		
22	Метод тетраэдра при нахождении угла между скрещивающимися прямыми. Нахождение углов между прямыми на моделях призм и пирамид	1		

23	Угол между прямой и плоскостью. Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью. Решение задач на вычисление величины угла между прямой и плоскостью поэтапно-вычислительным методом, методом использования дополнительного угла, методом опорных задач	1		
24	Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства. Теорема о трех синусах. Теорема о трех косинусах	1		
25	Угол между двумя плоскостями. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Построение двугранного угла, использование параллельных прямых, использование параллельных плоскостей, использование перпендикуляров к плоскостям для вычисления угла между плоскостями	1		
26	Перпендикулярные и параллельные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Решение задач на нахождение углов между гранями в призме и пирамиде. Трехгранный угол	1		
Методы построения сечения многогранников - 2 часа				
27	Методы решения задач на построение сечений многогранников. Аксиоматический метод	1		
28	Методы решения задач на построение сечений многогранников. Комбинированный метод (метод параллельных прямых, метод переноса секущей плоскости). Метод выносных чертежей	1		
Нахождение площадей сечений многогранников – 4 часа				
29	Нахождение площади сечений в многогранниках. Метод разбиения и дополнения. Решение задач с помощью основных формул площадей многоугольников	1		
30	Нахождение площади сечений в многогранниках с использованием признаков подобных треугольников	1		
31	Нахождение площади сечений в многогранниках. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника	1		
32	Нахождение площади сечений в многогранниках (куб, призма, пирамида)	1		
Практикум по решению задач – 2 часа				
33	Решение стереометрических задач: нахождение углов и расстояний в пространстве геометрическим, координатным методом, методом параллельных плоскостей, методом объемов. Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями	1		

34	Решение стереометрических задач: вычисление площади сечения многогранника, вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми, вычисление угла между скрещивающимися прямыми, вычисление угла между плоскостями	1		
----	---	---	--	--

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ершова А.П., Голобородько В.В. Самостоятельные и контрольные работы по геометрии для 10 класса. – М.: ИЛЕКСА, 2018.
2. Геометрия, 10-11 классы: задания на готовых чертежах по стереометрии / авт.-сост. Г.И. Ковалева. – Волгоград: Учитель.
3. Балаян Э.Н. Геометрия: задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ: 10-11 классы. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2013
4. Рабинович Е.М. Задачи и упражнения на готовых чертежах. 10-11 классы. Геометрия. – М.: ИЛЕКСА, 2006.